

Vermischte Aufgaben

 Aufgaben Lösungen **PLUS**

1. Gegeben sind die zwei Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ a^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a^2 - a + 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ a^2 \\ a \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie für welche $a \in \mathbb{R}$ die beiden Geraden parallel sind. Sind die Geraden echt parallel oder identisch?

2. Geben Sie eine Gleichung für eine Gerade an, die

- identisch mit g ist
- g schneidet
- parallel zu g ist
- windschief zu g ist

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

3. Gibt es ein t , sodass sich g und h schneiden (parallel, identisch oder windschief sind)? Wenn ja welches?

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ t \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3t \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}.$

b) $g: \vec{x} = s \begin{pmatrix} -32 \\ t \\ -2 \end{pmatrix}, \quad h: \vec{x} = r \begin{pmatrix} -2t \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$

4. Gegeben ist eine Gerade $g: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{u} \quad s \in \mathbb{R}$.

Geben Sie einen Richtungsvektor \vec{u} an, sodass die Gerade g

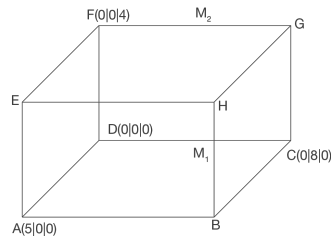
- a) parallel zur x_2 -Achse ist.
- b) parallel zur x_1x_2 -Ebene ist.
- c) orthogonal zur Ebene $H: 2x_1 + 4x_2 = 3$ ist.
- d) parallel zur Ebene $H: 2x_1 + 4x_2 = 3$ ist.

5. Gegeben sind die Punkte $A(0 \mid 2 \mid 1)$, $B(-5 \mid 7 \mid 11)$, $C(0 \mid 0 \mid 0)$ und $D(4 \mid -4 \mid 7)$.

Die Gerade g geht durch die Punkte A und B . Die Gerade h durch die Punkte C und D .

Stellen Sie eine Geradengleichung von g und h auf. Wie liegen die beiden Geraden zueinander?

6. Ein Quader ist wie in der Figur unten gegeben. M_1 und M_2 sind Mittelpunkte der zugehörigen Kanten



- Welche Lage haben die Geraden g durch AG und h durch M_1M_2 zueinander? Begründe rechnerisch.
- Geben Sie eine Koordinatengleichung der Ebene an, die D , E und G enthält.

7. Gegeben sind Ebenen E, F, G und H mit

$$E: -3x + 2y - 7z = 2$$

$$F: 9x - 6y + 21z = 0$$

$$G: \frac{1}{2}x - 4y = 1$$

$$H: x + 2y - z = 5$$

- Wie liegen E und F zueinander? Begründe ohne weitere Rechnung.
Was müsste man auf der rechten Seite der Koordinatengleichung ändern, damit E und F identisch sind?
- Welche besondere Lage hat die Ebene G im Koordinatensystem? Begründe.
- Bestimmen Sie die Schnittgerade von E und H .

8. Die Ebene E geht durch die Punkte $A(1, 5 \mid 0 \mid 0)$, $B(0 \mid 3 \mid 0)$ und $C(0 \mid 0 \mid 6)$.

Untersuchen Sie, ob die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$ parallel zur Ebene E verläuft.

Aus dem Pflichtteil 2008

9. Gegeben sind die beiden Ebenen $E_1: (\vec{x} - \vec{p}_1) \cdot \vec{n}_1 = 0$ und $E_2: (\vec{x} - \vec{p}_2) \cdot \vec{n}_2 = 0$.

Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man anhand dieser Normalengleichungen die gegenseitige Lage der beiden Ebenen untersuchen kann.

Aus dem Pflichtteil 2008